

КОСМОЛОГИЯ И АСТРОФИЗИКА

УДК 523.11:524.827:539.12:524.854:530.11

Букалов А. В.

**О РАЗЛИЧНЫХ СПОСОБАХ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ИНФОРМАЦИИ И ЭНТРОПИИ
ЧЕРНЫХ ДЫР И ВСЕЛЕННОЙ**

*Центр физических и космических исследований, Международный институт соционики,
ул. Мельникова, 12, г. Киев-50, 04050, Украина
e-mail: bukalov.physics@socionic.info*

Энергетические ограничения демонстрируют невозможность наблюдения планковских ячеек на поверхности черной дыры и в голографическом подходе. Обсуждаются различные способы и варианты определения энтропии черных дыр и Вселенной при различной пространственной мерности информационных ячеек.

Ключевые слова: голографический принцип, гравитационный радиус, информация, энтропия, площадь черной дыры.

PACS numbers: 04.07.-s, 98.80.-k**1. Введение**

В предыдущем сообщении [1] было показано, что определение энтропии черной дыры как отношения площади черной дыры к квадрату планковской длины $S = A / (4L_p^2)$, данное Я. Бекенштейном и С. Хокингом, не обладает свойством аддитивности и может быть заменено определением энтропии как отношения гравитационного радиуса черной дыры к планковскому интервалу:

$$S_0 = R_g / 2L_p. \quad (1)$$

При этом в энергетических единицах обе формулы совпадают:

$$S_{BH} = 4\pi R_g^2 kT_{BH} / (4L_p^2) = R_g kT_p / (2L_p) = M_{BH} c^2. \quad (2)$$

Вычисление количества информации в виде количества планковских двумерных ячеек получило развитие в целом ряде работ, связанных с черными дырами, а также в голографическом принципе [2–6].

2. Физические ограничения на наблюдаемые величины

Утверждение о наличии в черной дыре $4\pi R_g^2 / 4L_p^2$ битов информации означает, что мы можем наблюдать (выделять) каждый бит. Однако энтропия Бекенштейна-Хокинга выражена как отношение длины волны хокинговского излучения к комптоновской длине черной дыры: $\lambda_{BH} = \hbar / (M_{BH} c)$ или отношения гравитационных радиусов черной дыры R_g и кванта теплового излучения r_g :

$$S_{BH} = \pi R_g^2 / L_p^2 = 4\pi R_g M_{BH} c / \hbar = 4\pi R_g / \lambda_{BH} = M_{BH} c^2 / (kT_{BH}) = R_g / (r_g kT),$$

Очевидно, что наблюдение $\lambda_{BH} = r_g$ невозможно. Сам Бекенштейн пришел к идее соответствия информации, попадающей в черную дыру, путем рассмотрения захвата черной дырой фотона с длиной волны, равной гравитационному радиусу: $\lambda \approx R_g$.

$$4\pi R_g'^2 = 4\pi \left(R_g + 2G_N \frac{kT}{c^4} \right)^2 = 4\pi (R_g^2 + 4L_p^2 + \lambda_{BH}^2)$$

Однако мы видим, что прибавление кванта увеличивает площадь не на $4L_p^2$, как принимал Бекенштейн, а на $\Delta R^2 = 2L_p^2 + \lambda_{BH}^2$. Величина λ_{BH} мала, но ее нельзя игнорировать. Срав-

ним два случая. В первом — черная дыра, масса которой составляет N квантов с энергией kT поглощает N бит информации, несомые квантами такой же энергии. Ее масса удваивается: $M' = 2M = 2NkT$. Удваивается и количество энтропии как скрытой информации: $S' = 2S = 2N$. Однако, с другой стороны, расчет по формуле (1) дает $R'^2 = (R_g + R_g)^2 = 4R_g^2$. Таким образом, возникает противоречие, то есть вклад λ_{BH}^2 нельзя не учитывать. Следовательно, отождествление бита информации с $4L_p^2$ некорректно.

Кроме того, реальные черные дыры образуются путем коллапса стабильных барионов и лептонов и некоторой незначительной части электромагнитной энергии. Очевидно, что одной элементарной частице соответствует один бит информации. Поэтому черная дыра массой в 3 солнечных, образовавшаяся в результате коллапса $N \approx 3,6 \cdot 10^{57}$ протонов и электронов, содержит и эквивалентное количество информации $I \approx 10^{57,6}$ в таких единицах. При этом ее энтропия по Бекенштейну-Хокингу должна составить $S = \frac{4\pi R_g^2}{4L_p^2} \approx 10^{78}$. Таким образом, черная дыра, поглотив $10^{57,6}$ бит информации, содержит в других — планковских единицах — 10^{78} бит. Возникает явное противоречие, тем более, что согласно результатам Л. Сасскинда, С. Хокинга и др. информация в черной дыре сохраняется [7]. Здесь возникает вопрос об энергии бита информации. Очевидно, что количество битов определяется величиной кванта энергии. А естественной нормирующей величиной является масса черной дыры: $M_{BH} / m_p = 10^{57}$, $M_{BH} / (kT) = 10^{78}$. В первом соотношении — поступающие биты информации с высоким содержанием энергии на один квант, во втором — испускаемые длинноволновые кванты с низким содержанием энергии на один квант. Однако в таком описании мы имеем дело с довольно распространенной физической ситуацией: например, Земля и ее атмосфера и биосфера поглощают высокоэнергетичные УФ и световые кванты солнечного излучения, а обратно излучают длинноволновые тепловые кванты в инфракрасном диапазоне. Но это не означает, что к Земле, ее поверхности и биосфере можно применить формулу $S = Q/T$ (как делают в случае черной дыры), поскольку речь идет о неравновесных процессах.

В таком случае соотношение $M_{BH} c^2 / (kT) = 4\pi R_g^2 / (4L_p^2)$, вероятно, показывает общую энтропию излучения, в которое превратилась бы черная дыра в ходе своего испарения, а не энтропию самой черной дыры. В самом деле, $S = kT \ln W = kT M c^2 / (kT)$, и черная дыра с массой $3M_\odot$ не состоит из 10^{78} квантов kT , запертых в полости. Это физически другой объект. Но энтропия $S = 10^{78} kT$ — это и есть энтропия всех квантов, излученных черной дырой. Поэтому черную дыру можно рассматривать как физический объект, являющийся быстрым концентратором информации, преимущественно при коллапсе, и очень медленно испускающим тепловое излучение, суммарная энтропия которого и описывается формулой Бекенштейна-Хокинга. Действительно, физическая реализация испарения занимает гигантское время $t_{исп} = 320\pi M_{BH} R_g / (kT_{BH} c)$, особенно в сравнении с временем коллапса $t_g = R_g / c$. Поэтому реально наблюдаемая энтропия черной дыры, даже физически реализованная за время Хаббла, совершенно ничтожна: для черной дыры с массой около трех масс Солнца

$$S(t_H) = kT \frac{t_H}{t_g} \approx 10^{22} kT \approx 10^{-56} S_{BH}$$

А ведь только то, что можно наблюдать, имеет физический смысл.

В рамках голографического принципа поверхности сферы Хаббла, которая содержит 10^{120} виртуальных планковских площадей, приписывают 10^{120} бит информации, но условность такого определения очевидна.

К этому добавим, что в некоторых работах энтропию Вселенной рассчитывают через энтропию сверхмассивных черных дыр с $M \approx 10^{9,5} M_\odot$ в ядрах Галактик. Такая оценка дает $S = N_{BH} \cdot S_{BH} \approx 10^{105}$ бит. Здесь возникает явное противоречие, которое не обсуждается: откуда в этих черных дырах столько информации, если количество информации во всей Вселенной не

превышает $S \approx 10^{90}$? Тем более что черные дыры сохраняют информацию, а, следовательно, в них, как утверждается, содержится информации в $10^{105.77} = 10^{28}$ раз больше, чем они получили в барионных единицах.

Поэтому формула Бекенштейна-Хокинга по-видимому описывает не реальную энтропию черной дыры, а потенциально достижимую энтропию теплового излучения черной дыры. (Ведь если согласно II закону термодинамики энтропия только растет, то $S_y > S_{BH}$, а S_{BH} — максимальная энтропия по определению, что опять приводит к противоречию). Отметим также, что по формуле Бекенштейна-Хокинга величина кванта энергии, несущего информацию, определяется размерами черной дыры. И этим разным величинам соответствует один инвариант — планковская площадь. Кроме того, величина $2L_p = R_{gp}$ равна гравитационному радиусу частицы с планковской массой. Таким образом, площадь черной дыры измеряется в единицах ненаблюдаемых планковских гравитационных радиусов. Из этого можно сделать вывод, что энтропия по Бекенштейну-Хокингу — это энтропия поверхности черной дыры в виртуальных планковских единицах, и ничего более. К энтропии черной дыры как целостного объекта она имеет только частичное отношение.

Отметим также, что поскольку черная дыра является структурой, содержащей информацию, она является упорядоченным и целостным объектом. Поэтому можно говорить о собственной частоте колебаний горизонта событий как единого целого: $\nu = c / (4\pi R_g)$. Колебания черной дыры, ее «вибрация» может порождать гравитационные резонансы в Галактике, аналогично резонансам в Солнечной системе. Так, для ядра нашей Галактики $R_g \approx 12 \cdot 10^{10}$ м, длина волны, соответствующая такому колебанию, $\lambda = 4\pi R_g \approx 150$ млн.км. Заметим, что это значение совпадает с расстоянием Земли, как планеты с жизнью, биосферой, до Солнца. Фактически орбита Земли соответствует длине волны колебаний ядра Галактики. Поэтому можно предположить влияние собственных частот ядра Галактики на формирование орбит планет, обладающих биосферой [8].

3. Мерности возможных информационных ячеек в черной дыре

Постулирование соответствия количества битов информации (или энтропии) на поверхности горизонта черной дыры (сферы Шварцшильда) количеству двумерных планковских ячеек не учитывает возможность реального наблюдения таких ячеек. В реальности, в соответствии с принципом неопределенности В. Гейзенберга, чтобы наблюдать ячейку с планковскими размерами, необходимо приложить планковскую энергию $E_p = M_p c^2$, т.к. $2L_p / c = \hbar / E_p$. Тогда, при определении энтропии черной дыры по Бекенштейну-Хокингу, $S = 4\pi R_g^2 / (4L_p^2)$, количество необходимой для наблюдения энергии, или приходящегося на все эти ячейки, составит

$$E = M_p c^2 \frac{4\pi R_g^2}{4L_p^2}, \quad (3)$$

при том, что масса черной дыры равна $M_{BH} = M_p R_g / (2L_p)$. Таким образом, энергия, необходимая для реального наблюдения планковских ячеек на поверхности горизонта черной дыры, квадратично зависит от ее гравитационного радиуса, и это противоречит линейной зависимости для массы (энергии) черной дыры от ее радиуса. Такой зависимости, находящейся в соответствии с соотношением неопределенности $2L_p / c = \hbar / E_p$ удовлетворяет формула для энтропии (1). Поэтому энтропию черной дыры (или информацию в голографической теории на поверхности, в том числе сферы Хаббла) нельзя выделять в виде совокупности планковских двумерных ячеек. Это не физическое, наблюдаемое, а воображаемое выделение, дифференциация ячеек. Очевидно, что двумерное представление содержит энергетическое ограничение $M_{BH} c^2 = N_{\Delta} E_{наб.яч.}$. Количество энергии, необходимое для наблюдения каждого линейного размера, соответствующего каждой информационной ячейке, должно быть равно энергии черной

дыры. Тогда соотношение масс черной дыры и эквивалентной энергии (массы) равно соотношению площадей черной дыры и информационной ячейки: $M_{BH}c^2 / \Delta E = R_g^2 / \Delta r^2$.

В случае $\Delta / Ec^2 = m_x$, $\Delta r = r_x = \hbar / (m_x c) = \lambda_x$

$$\frac{M_{BH}}{R_g^2} = \frac{m_x}{\lambda_x^2} = \frac{\Delta E_x}{c^2 r_x^2}. \quad (4)$$

Интервал r_x может соответствовать длине волны соответствующего кванта энергии $r_x = \lambda_x$.

Мы определили одномерное и двумерное содержание информации (энтропии) в черной дыре. Аналогичным образом мы можем определить и трехмерную информацию (энтропию) как соотношение объемов:

$$S(R^3) = \frac{M_{BH}}{m_y} = \frac{R_g^3}{r_y^3}. \quad (5)$$

В четырехмерном случае

$$S(R^4) = \frac{M_{BH}}{m_z} = \frac{R_g^4}{\lambda_z^4}. \quad (6)$$

В общем случае

$$2R_g^{n-1} \cdot L_p^2 = r_i^{n+1}. \quad (7)$$

Таким образом, количество информации в черной дыре зависит от мерности выделяемых информационных ячеек, которые могут быть реализованы в реальных наблюдениях. Поэтому голографический принцип, относящийся к двумерному случаю, — это частный случай такого описания.

4. Количество информации во Вселенной

Рассмотрим теперь полученные соотношения для Вселенной. Она не является черной дырой и далека от равновесия. Расширяющаяся Вселенная может быть описана, скорее, как аналог белой дыры, с точки зрения наблюдателя, движущегося по временной координате (радиусу) от сингулярности к поверхности [9]. При этом радиус Хаббла в расчете критической плотности Вселенной играет роль гравитационного радиуса.

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G_N} H_0^2 = \frac{3M_H}{4\pi R_H^3}, \text{ где } M_H \text{ — масса в сфере Хаббла, } M_H = \frac{R_H c^2}{2G_N}$$

Для Вселенной вычисление в одномерном случае дает

$$S_H(R) = \frac{R_H}{L_p} = \frac{M_{BH}}{M_p} \approx 10^{60} \quad (8)$$

В двумерном случае

$$S_H(R^2) = \frac{M}{\pi^2 R_H^2} = \frac{m_\pi}{\lambda_\pi^2}, \quad (9)$$

где m_π — масса π -мезона. Из этого соотношения после элементарных преобразований, с учетом $2G_N M_H / c^2 = R_H$, получаем формулу

$$\frac{G_N m_\pi^6 c^2}{\hbar^4} = \frac{3}{8\pi G_N R_H^2} = \rho_\pi, \quad (10)$$

которая совпадает с формулой Я. Зельдовича для плотности энергии вакуума [10].

Точная формула, предложенная автором:

$$\rho_c \approx \frac{G_N c^2}{2\pi^2 \hbar^4} \left(\frac{m_{\pi^\pm}}{2} \right)^6, \quad \rho_v \approx \frac{2}{3} \rho_c. \quad (11)$$

Заметим, что значение ρ_c в (11) связано с некоторым стабильным значением $m_x = m_{\pi^\pm}$ в современную эпоху, для которой характерно совпадение ряда значений космических величин

(coincidence).

$$S_H(R^2) = \frac{M_H}{m_\pi} = \frac{R_H^2}{\lambda_\pi^2} \approx 3,6 \cdot 10^{80} \quad (12)$$

В трехмерном случае

$$\frac{M_H}{m_y} = \frac{R_H^3}{\lambda_y^3} \approx 10^{90} = S_H(R^3), \quad m_x \approx 4,26 \cdot 10^{-3} \text{ эВ} \quad (13)$$

Для энергии вакуума $m_y = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}$.

Заметим, что полученная величина практически совпадает с суммарной энтропией реликтового излучения, нейтрино и квантов темной энергии, которые определяют энтропию Вселенной:

$$S_H(R^3) \approx S_\gamma + S_{\nu\bar{\nu}} + S_{DE}$$

5. Выводы

1. Определение информации или энтропии в черной дыре не является однозначным, а зависит от мерности рассмотрения, или соответствующей энергии, соответствующей биту информации.
2. В случае такой гравитирующей системы как Вселенная одномерный подход определяет количество информации через планковскую массу, двумерный подход — через нуклонную массу, трехмерный — через массу кванта темной энергии, реликтового излучения или нейтрино.

Л и т е р а т у р а :

1. Букалов А.В. Парадоксы с энтропией черных дыр и их возможное решение. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2012. — № 4. — С. 14–17.
2. Maldacena J. M. Int. J. Mod. Phys. A **15** 840 (2000); hep-ph/0002092.
3. Padmanabhan T., Paranjape A. Phys. Rev. D **75** 064004 (2007); gr-qc/0701003.
4. Susskind L. J. Math. Phys. **36** 6377 (1995); hep-th/9409089.
5. 't Hooft G. gr-qc/9310026.
6. Verlinde E. JHEP (04) 029 (2011); arXiv:1001.0785.
7. Hawking S. W. Phys.Rev. D72:084013, 2005; arXiv:hep-th/0507171.
8. Букалов А.В. О происхождении позитронов в Галактическом центре и природе ядра Галактики. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2006. — № 4. — С. 47–49.
9. Букалов А.В. Причина одномерности и необратимости времени. Возможный возраст Вселенной. // Физика сознания и жизни, космология и астрофизика. — 2002. — № 4. — С. 22–23.
10. Зельдович Я. Б. Письма в ЖЭТФ **6** 883 (1967)

Статья поступила в редакцию 03.04.2013 г.

Bukalov A. V.

On the different ways to determine the quantity of information and entropy of black holes and the Universe

The energy restrictions demonstrate the impossibility of observations of Planck cells on the surface of the black hole and in the holographic approach. There are discussed various methods and versions for defining the entropy of black holes and the Universe at different spatial dimension of information cells.

Keywords: holographic principle, gravitational radius, information, entropy, area of the black hole.